

Newton and Leibniz: a proposal for a historical approach on the origin of calculus in higher education

Newton e Leibniz: uma proposta de abordagem histórica sobre a origem do cálculo no ensino superior

Eberson Luis de Souza Moraes¹, Fábio Ferreira Barroso¹, Luiz Pinguelli Rosa²

¹Programa de Pós-graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro

²Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro

ebersonsm@yahoo.com.br, fabiobarroso@hotmail.com, lpr@adc.coppe.ufrj.br

Recebido: 4/12/2019

Aceito: 8/12/2019

Publicado: 13/12/2019

Abstract. *The question approached in this article is: does the historical approach to the origin of calculus impact the quality of understanding of this important tool? This article aims to summarize the main facts that occurred in one of the most famous disputes in the history of the sciences, the authorship of calculus, held by Newton and Leibniz, showing a parallel of how this approach (if done in practice) could improve the quality of understanding of one of the subjects that fail most in undergraduate programs in general.*

Keywords: *Infinitesimal Calculation. Newton. Leibniz.*

Resumo. *A pergunta endereçada neste artigo é: a abordagem histórica sobre a origem do cálculo tem impacto na qualidade de compreensão desta ferramenta tão importante? Este artigo tem por objetivo fazer um resumo dos principais fatos que ocorreram numa das disputas mais famosas da história das ciências, a autoria do cálculo, travada por Newton e Leibniz, mostrando um paralelo de como essa abordagem (caso fosse feita na prática) poderia melhorar a qualidade da compreensão de uma das disciplinas que mais reprovam nas graduações em geral.*

Palavras-chave: *Cálculo Infinitesimal. Newton. Leibniz.*

1. Introdução

Como professor do ensino fundamental, médio e superior tenho visto ao longo da minha experiência em sala de aula a falta de uma introdução histórica aos conteúdos abordados em todos os níveis. Por diversas vezes, antes de adentrar no conteúdo em si, me permiti explorar o contexto histórico de como se chegou a tal conhecimento. O resultado é que a aula se torna muito mais interessante e a atenção dos alunos é muito maior.

No ensino superior (graduação) resolvi ir além. Quando fiz minha graduação em Licenciatura Plena em Matemática só tive uma disciplina de História da Matemática, e de forma “rasa”. Sempre ouvi falar dos gênios da história da ciência durante as aulas de cálculo, álgebra linear e outras, a partir das citações dos professores dessas disciplinas. Estas pinceladas históricas eram mais um “bate-papo” do que uma abordagem histórica dos conceitos a serem introduzidos nas aulas. Os professores de física frequentemente falavam em Newton, enquanto os professores de cálculo veneravam Leibniz. Sou, inclusive, da opinião de que deveria haver mais disciplinas com abordagem histórica, mostrando o avanço da ciência como a trajetória de sujeitos cientistas, em dado tempo, em certo espaço, e com histórias pessoais únicas.

Um dos pontos que deveriam ser abordados no contexto histórico do surgimento do cálculo, antes de se introduzir o primeiro conceito de funções ou de limites, é a disputa pela autoria do cálculo travada entre dois grandes personagens fundamentais na trajetória da ciência: Isaac Newton e Gottfried Leibniz.

Como seriam as aulas de cálculo se os livros que o abordam comparassem o desenvolvimento teórico realizado por Newton e por Leibniz? Será que esta abordagem melhoraria a compreensão dos estudantes de cálculo? A visão geométrica de Newton ajudaria a alguns destes estudantes? A visão algébrica de Leibniz ajudaria a outros? Minha resposta, como professor de cálculo, para todas essas perguntas, é sim!

O cálculo é lecionado hoje com uma abordagem algébrica, que facilita a escrita, tal como foi desenvolvido por Leibniz. Mas a abordagem geométrica de Newton está inserida nos conceitos ensinados e pode ser vista em paralelo. Esse procedimento melhora a compreensão dos conceitos abordados.

Sendo assim, começo pela apresentação das duas figuras centrais do tema.

2. Sir Isaac Newton

Isaac Newton (1643 - 1727) foi um cientista inglês nascido na casa Woolsthorpe Manor, localizada em Lincolnshire, um condado da região leste da Inglaterra (Figura 1). Ele estudou vastos campos da ciência tendo sido astrônomo, alquimista, filósofo natural, teólogo, no entanto, se tornou mais reconhecido como físico e matemático.

Considerado uma pessoa muito reservada, Newton era considerado uma personalidade fechada, introspectiva e de temperamento difícil. Não conheceu o pai, um fazendeiro

que faleceu três meses antes do seu nascimento e, apesar de viver numa época em que os homens assumiam os negócios da família, nunca teve interesse ou habilidade para este tipo de trabalho, tendo sua mãe assumido os negócios. Sua mãe se casaria novamente, desta vez com um pastor do qual Newton não gostava, tendo revelado em uma lista de pecados, que um dos seus foi ameaçar seus pais de queimar sua casa com eles dentro”.

Newton formulou o teorema conhecido como Binômio de Newton, escreveu sobre séries infinitas (o embrião do cálculo diferencial e integral), construiu o primeiro telescópio refletor, dentre outras várias realizações. Sua principal obra foi *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural (Principia)*, considerada uma das mais influentes na história da ciência.

Em uma pesquisa desenvolvida pela Royal Society (sociedade de cientistas ingleses da qual Newton fazia parte), Newton foi considerado o cientista de maior impacto na história da ciência (“*Newton beats Einstein in polls of scientists and the public*”(em inglês). *The Royal Society*. Consultado em 12 de abril de 2008)



Figura 1. Sir Isaac Newton, Inglês, 1643 – 1727

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton#/media/Ficheiro:GodfreyKneller-IsaacNewton-1689.jpg

3. Gottfried Leibniz

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) foi um cientista alemão que nasceu em Leipzig, cidade independente do estado da Saxônia, na Alemanha (Figura 2). É considerado uma figura central na história da matemática e na história da filosofia. Leibniz foi um polímata (pessoa que tem conhecimento em várias áreas), filósofo, físico e matemático, além de ter contribuído para outras áreas tais como biologia, medicina, geologia, psicologia, linguística e informática.

Era filho de um professor de filosofia moral em Leipzig que morreu em 1652, quando Leibniz tinha apenas seis anos. Estudou na Universidade de Leipzig e obteve o grau de Doutor em Direito aos 22 anos, tendo o título negado por ser jovem demais, quando se filiou à Sociedade Rosacruz.

Leibniz trabalhou para adicionar a multiplicação automática e a divisão na Calculadora de Pascal, refinou o sistema de números binários, dentre outras várias contribuições. Na filosofia era conhecido como otimista por sua conclusão de que nosso universo era o melhor de todos os mundos possíveis que Deus poderia criar. Sua realização mais importante foi conceber as ideias do cálculo infinitesimal, introduzindo notações que são usadas até

hoje. (<https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v08ica03-os-primordios-do-calculo.pdf>-- página 35).



Figura 2. Gottfried Wilhelm Leibniz, Alemão, 1646 – 1716

Fonte: <https://www.alamy.com/stock-photo-leibniz-gottfried-wilhelm-171646-14111716-german-polymath-portrait-19689606.html>

4. A concepção do cálculo na visão de ambos

Newton e Leibniz se envolveram na disputa pela autoria do cálculo, ainda que, segundo a maioria dos historiadores modernos, ambos tenham desenvolvido o cálculo infinitesimal de forma independente.

(<https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v08ica03-os-primordios-do-calculo.pdf>-- página 30).

O desenvolvimento do cálculo é feito com notações diferentes. Newton tem uma abordagem geométrica em que se utiliza dos teoremas da Geometria Euclidiana, da Geometria de Riemann e raciocínios geométricos para demonstrar todos os seus cálculos e definições. Leibniz cria notações mais algébricas e aborda o cálculo de uma maneira mais formal, facilitando a forma de escrita. As notações de Leibniz são usadas até hoje.

5. Leibniz e o cálculo

Leibniz introduziu notações matemáticas formais utilizadas até hoje no cálculo formal, tais como o \int (s alongado) para integrais e o “d” para derivadas.

Ele emprega o cálculo integral pela primeira vez, em 1675, para calcular a área sob a curva $y = f(x)$, consolidando um grande avanço no campo.

Também determina a definição formal de limite (usada até hoje) (Figura 3) e coloca a diferenciação e a integração como relações inversas criando o Teorema Fundamental do Cálculo (Figuras 4 e 5).

Dizemos que $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ se pudermos tornar o valor de f tão próximo de L quanto quisermos, desde que tomemos x suficientemente próximo de a .

Formalmente, dizemos que $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ se e somente se, para todo número real $\epsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que:

$$|f(x) - L| < \epsilon \text{ quando } 0 < |x - a| < \delta.$$

Figura 3. A definição formal e precisa do limite de uma função.

Fonte: https://ic.ufal.br/professor/thales/tics/1-deflimite/01_deflimite.html

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$$

Figura 4. A definição formal da integral de uma função.

Fonte: <https://pt.slideshare.net/MirnaCuautle/propiedades-de-la-integral-definida>

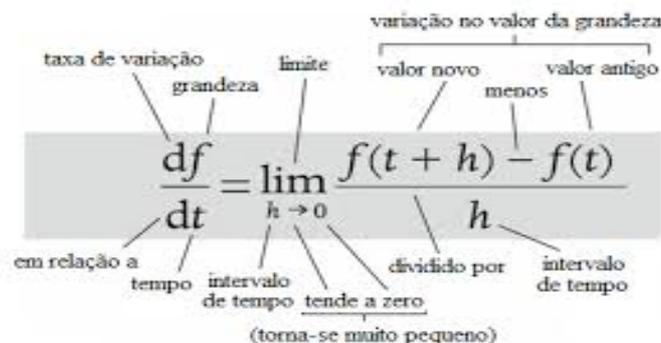


Figura 5. A definição formal da derivada de uma função.

Fonte: <https://engenhariaexercicios.com.br/calculo-a/derivada/calculo-derivada-pela-definicao-limites/>

Esta escrita algébrica e formal dos conceitos do cálculo facilita e dá praticidade à aprendizagem da ferramenta, ao passo que coloca na escrita conceitos que são, fundamentalmente, geométricos. A compreensão geométrica dos conceitos de limites, derivadas e integrais, conforme desenvolvidos por Newton, dificilmente se dá com facilidade pelos estudantes, apesar de complementar, por equivalência, a abordagem

descritiva de Leibniz. Daí, a importância de se ter em paralelo, dentro da sala de aula, ambos os desenvolvimentos do cálculo matemático, e seus conceitos em diferentes modos de representação.

6. Newton e o cálculo

Newton usava uma abordagem geométrica complexa e notações pouco usadas no cálculo formal moderno. Não publicou quase nada até 1663 e não fez nenhum relato completo até 1704. A obra *Principia* não foi escrita na linguagem do cálculo conforme conhecemos hoje, mas usa amplamente um cálculo infinitesimal em forma geométrica (Figura

6) (<https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v08ica03-os-primordios-do-calculo.pdf>).



Figura 6. Página do *Principia* de Newton (3^a ed., 1726).

Fonte: <http://www.fisica-interessante.com/biografia-isaac-newton.html>

Dada a complexidade desta abordagem geométrica, os professores de cálculo costumam optar pela formalidade e escrita algébrica de Leibniz. Mas tais formalidades demonstram a compreensão geométrica que existe na obra de Newton. A aprendizagem de ambas abordagens acrescenta significativamente à qualidade da compreensão em uma aula de cálculo.

7. A disputa pela autoria do cálculo

Ambos, Newton e Leibniz, desenvolveram e tiveram imensurável contribuição e participação na construção do cálculo. Newton com abordagem geométrica e Leibniz com abordagem algébrica e formal.

O cálculo moderno utiliza-se das notações e formalizações introduzidas por Leibniz, até mesmo quando se faz as construções geométricas de limites, derivadas, integrais e funções. A notação de derivadas $\frac{d}{dx}$, muito usada em equações diferenciais ordinárias e parciais, é ensinada na faculdade como “notação de Leibniz” para os alunos.

Para a maioria dos matemáticos modernos, Leibniz é considerado o autor e “pai” do cálculo diferencial e integral, apesar do desenvolvimento em paralelo de Newton. Mas nem sempre foi assim.

Em 1676, Leibniz teria feito uma curta viagem a Londres e, por consequência disso, há interpretações de que o referido erudito teria tido contato com obras não publicadas de Newton. Décadas depois, estas suposições materializariam acusações, hoje provadas como infundadas, de que Leibniz teria se baseado na concepção de cálculo desenvolvida por Newton, especialmente sob um pretexto de que Leibniz não teria o necessário domínio matemático para compreender as obras de Newton (<https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v08ica03-os-primordios-do-calculo.pdf>).

Newton tinha sido cauteloso em publicar o seu cálculo porque temia controvérsia e críticas. Ele era amigo do matemático suíço Nicolas Fatio de Duillier (1664 – 1753). Em 1691, Duillier começou a escrever uma nova versão de *Principia* e a enviou a Leibniz. Em 1693, a relação entre Duillier e Newton acabou, e o livro nunca foi concluído.

A partir de 1699, outros membros da Royal Society (da qual Newton era um membro) acusaram Leibniz de plágio, e a disputa eclodiu com força total em 1711. A Royal Society proclamou Newton como o verdadeiro criador do cálculo e rotulou Leibniz de falsário. Este julgamento foi posto em dúvida quando se descobriu mais tarde que o próprio Newton escrevera considerações finais do estudo sobre Leibniz.

Se enxerguei mais longe, foi porque me apoiei sobre os ombros de gigantes.
Sir Isaac Newton

No final de suas vidas, Newton e Leibniz tiveram destinos diferentes. Isaac Newton faleceu em 1727 e foi enterrado junto a outros célebres homens da Inglaterra na Abadia de Westminster, igreja inglesa que fica em Londres (Figura 7). Newton teria falecido, provavelmente, por complicações relacionadas ao cálculo renal, do qual ele sofreu nos últimos anos de vida. Ele teve um funeral pomposo, acompanhado por várias pessoas e

seu epitáfio foi escrito pelo famoso poeta Alexander Pope (1688-1744). É considerado um dos cientistas mais respeitados de toda a história da ciência.



Figura 7. Sepultura de Newton na Abadia de Westminster, UK.

Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Isaac_Newton_grave_in_Westminster_Abbey.jpg

*Toda substância é um mundo à parte,
independente de todo o resto, exceto de Deus.
Gottfried Leibniz*

Leibniz, nos últimos anos de vida, organizou a Academia de Ciências da Prússia, da qual foi o primeiro presidente. Esta academia permaneceu como uma das três ou quatro principais do mundo até ser eliminada pelos nazistas. Morreu solitário e esquecido, tendo seu funeral acompanhado apenas pelo seu secretário, única testemunha de seus últimos dias. Está sepultado em Hanôver, Baixa Saxônia na Alemanha (Figura 8). Segundo alguns historiadores há marcas de lágrimas nos últimos arquivos de Leibniz. Isso é, por muitos, atribuído ao fato da acusação que pesou sobre ele na disputa pela autoria do cálculo com Newton.



Figura 8. Sepultura de Leibniz, em Hanôver, DE.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz#/media/Ficheiro:Hannover_NeustKirche_Leibnizgrab.jpg

8. Considerações finais

Acreditamos, por experiência própria em sala de aula, que a abordagem histórica de uma teoria se faz necessária na introdução ao conhecimento, faz diferença. A apresentação do cálculo, a exemplo do que podemos prever para outros campos muito abstratos nas graduações em ciências exatas, deveria ser introduzida a partir da história das ciências, trazendo-nos não só a evolução técnica do conteúdo, mas sobretudo os sujeitos, seus desafios e suas conquistas e a significância de suas leituras da ciência dentro da coletividade de sua época e seu entorno, eternizados, pois revividos pela história. Conhecer como estes gênios da história da ciência pensavam suas teorias, e o contexto destas no espaço e no tempo de suas vidas, os aproximaria dos sujeitos estudantes. O reconhecimento da natureza humana da ciência, das idiossincrasias de seus sujeitos, em correspondência com nossas próprias idiossincrasias e/ou em linha de coerência histórica, com nossos espaços e nosso tempo hoje, nos abre e, seguramente, aos nossos estudantes, para receber o conteúdo com motivação, empatia, afeto, e para desenvolver uma visão que não se encerra na narrativa lógica, mas se permite à imaginação, à reconstrução de pensamentos, sentimentos, cenas e mundos, destes, à imagética intuitiva, tornando o conteúdo intelectualmente instigante. Todos esses ingredientes, acreditamos, poderiam justificar nossa constatação, em bases empíricas, de que a história da ciência, dimensionada para seus sujeitos e contextos sociais e de mundo, tornam o estudo de disciplinas como o cálculo menos pesado, mais prazeroso, significativo e assimilável.

Financiamento

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz#Biografia>. Acesso em 12 Dez 2019.

Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton#Matem%C3%A1tica>. Acesso em 12 Dez 2019.

NEWTON, I. (1729). **The Mathematical Principles of Natural Philosophy (1729)**

Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/5363/2/ulfl109993_tm.pdf> Acesso em 17 Jan 2020.

ROSA, L. P. **Tecnociências e Humanidades – Novos Paradigmas, Velhas Questões.** São Paulo: Paz e Terra, 2005. v. 1000. 450p. Disponível em: <[www.fisica-interessante.com › biografia-isaac-newton](http://www.fisica-interessante.com/biografia-isaac-newton)>. Acesso em 12 Dez 2019.